

## Boolsche Algebra, Logik-Identitäten, Rechenregeln, Übungen

### Konventionen

1 = true

0 = false

X = unbestimmt, don't care

$AB = A \wedge B$  = AND-Verknüpfung = Konjunktion

$A1 = A \wedge 1 = A$  AND Wert1

$A + B = A \vee B$  = OR-Verknüpfung = Disjunktion

$A'$  = Negation, A-quer, A-nicht

Operator-Priorität: Punkt vor Strich = AND vor OR

Beispiel:  $AB + CD = (A \wedge B) \vee (C \wedge D)$

Disjunktive Normalform (DNF) = OR-Normalform, Beispiel:  $Y = AB + CD + EF$

Minterm, AND-Verknüpfung *aller* Eing.-Variablen, Beispiel:  $(AB'C)$

Maxterm, OR-Verknüpfung *aller* Eing.-Variablen, Beispiel:  $(A+B'+C)$

### Eine Auswahl von Rechenregeln (Logik-Identitäten)

Achtung:  $A' = \overline{A}$ ,  $(AB)' = \overline{A \wedge B}$

1	$A(B + C) = AB + AC$	Distributivgesetz
2	$ABC = (AB)C = A(BC)$	Assoziativgesetz
3	$AB = BA$	Kommutativgesetz
4	$A(A + B) = A$	
5	$AA = A$	
6	$AA' = 0$	
7	$A1 = A$	
8	$A0 = 0$	
9	$A + BC = (A + B)(A + C)$	Distributivgesetz
10	$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$	Assoziativgesetz
11	$A + B = B + A$	Kommutativgesetz
12	$A + AB = A$	
13	$A + A'B = A + B$	
14	$A + A = A$	
15	$A + A' = 1$	
16	$A + 1 = 1$	
17	$A + 0 = A$	
18	$1' = 0$	
19	$0' = 1$	
20	$(A')' = A$	
21	$(AB)' = A' + B'$	De Morgan Gesetz
22	$(A + B)' = A'B'$	De Morgan Gesetz

(Quelle: Horowitz & Hill, The Art Of Electronics)

Benutze für die folgenden Uebungen KV-Diagramme um die Ausdrücke wenn möglich zu vereinfachen/optimieren. Grundlage der KV-Maps ist eine Wertetabelle und die daraus ersichtliche DNF (disjunktive Normalform = OR-Normalform) der boolschen Funktionsgleichung. Zeichne jeweils ein Schema mit Logikbausteinen auf, das der optimierten Funktion entspricht.

### 1 Uebung XOR-Funktion

[ mögliche Lösungen:  $A \text{ XOR } B = A'B + AB'$  oder  $A \text{ XOR } B = (A + B) (AB)'$  weitere möglich? ]

- a) Entwerfe eine Logikschaltung mit 2 Eingängen und einem Ausgang Y1 so, dass der Ausgang die Eingangsbits XOR-verknüpft (Antivalenz). Zeichne eine weitere Lösung auf. Zulässige Bausteine: AND, OR, NOT.
- b) Erweitere die Schaltungen um einen zusätzlichen XNOR-Ausgang Y2 (Aequivalenz).
- c) Welcher 74xx-Baustein bietet die XOR-Funktion fertig integriert an?

### 2 Uebung Haustechnik Beleuchtung

[ mögliche Lösung: ]

Ermittle eine optimierte Funktionsgleichung und zeichne eine Logikschaltung für folgende Beleuchtungseinrichtung:

- Eingang A: Lichtsensor, dunkel = logisch 1
- Eingang B: Bewegungssensor, Bewegung registriert = logisch 1
- Eingang C: Automatik-Modus aktivieren, EIN = logisch 1
- Eingang D: Beleuchtung manuell betätigen, Beleuchtung EIN = logisch 1

Die Beleuchtung sollte bei Dunkelheit einschalten, falls der Auto-Modus = EIN und der Bewegungssensor aktiviert ist. Die Beleuchtung sollte unter allen Bedingungen manuell einschaltbar sein.

### 3 Uebung Stimmzähler

[ mögliche Lösung:  $Y = AB + AC + BC$  (optimiert) ]

Erstelle eine möglichst einfache Logik, die am Ausgang eine logische 1 ausgibt, falls 2 von insgesamt 3 Eingängen (Stimmen) logisch 1 sind. Ein mögliches KV-Diagramm zu dieser Anwendung:

	AB	10	11	01	00
C		A	A		
1		1	1	1	
0			1		
			B	B	

### 4 Uebung Primzahlermittlung

[ mögliche Lösung: ]

Zeichne eine Logikschaltung auf, die im Wertebereich 0...15 (4 Bits als Eingänge) bei allen am Eingang anliegenden Primzahlen eine logische 1 ausgibt. Die Werte 0, 1 und 2 gelten hier nicht als Primzahlen.

### 5 Uebung Codewandler 7-Segmentanzeige

[ mögliche Lösung:  $Yc = A + B' + A'C$  ]

Codewandler: Erstelle eine optimierte Funktionsgleichung und das zugehörige Logikschema für die Ansteuerung einer 7-Segmentanzeige, z.B. für das C-Segment (Wandlerausgang Yc). Der 8421-BCD-Code am Eingang sollte die Anzeigeziffern 0..9 ergeben. Nicht benutzte Positionen von Yc in der KV-Map bitte als 'X' (don't care) einsetzen.

## 6 Vereinfachen

(Aus Gründen der Prüfungs-Kompatibilität werden hier die normierten - aber schlechter lesbaren - Symbole  $\wedge$   $\vee$  verwendet...)

1	$A \vee (A \wedge B) =$	A
2	$A \wedge (A \vee B) =$	A
3	$A \vee (A' \wedge B) =$	$A \vee B$
4	$A \wedge (A' \vee B) =$	$A \wedge B$
5	$(A \wedge B) \vee (A \wedge B') =$	A
6	$(A \vee B) \wedge (A \vee B') =$	A
7	$A' \vee B \vee B' \vee C =$	1
8	$(A \wedge B') \vee (A \wedge B \wedge A') =$	$A \wedge B'$
9	$B \vee (A' \wedge B \wedge C) \vee B' =$	1
10	$A \vee (B' \wedge A' \wedge B' \wedge C') =$	$A \vee (B' \wedge C')$

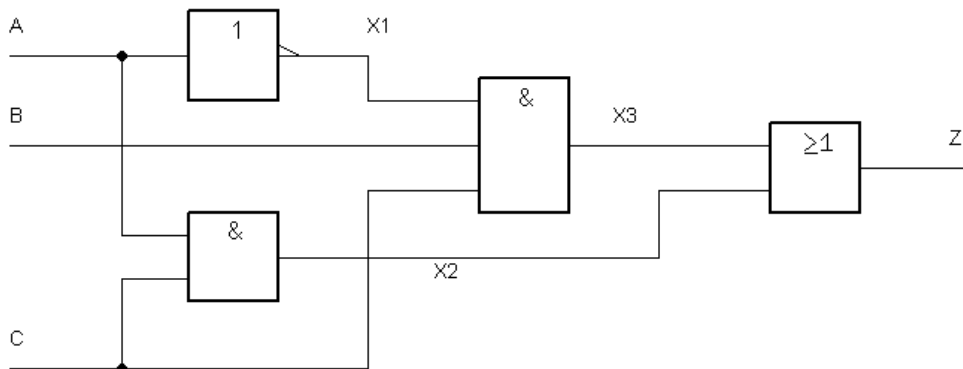
Kontrolle oder Hilfe aus dem Internet ist möglich: <http://www.elektroniker-bu.de/boolesche.htm>

## 7 Uebung Schaltungsanalyse

[ Lösung:  $Z =$  ]

Ermittle eine möglichst einfache Funktionsgleichung der Schaltung.

- Mit Hilfe von Gleichungen der Signale X1...X3.
- Mit Hilfe einer Wahrheitstabelle und den Signalen X1...X3.
- Vereinfachtes Schema zeichnen.



\*\*\*